فصل سوم

**1-1- اتوماتای سلولی**

اتوماتاي سلولي در اواخر دهه 1940 توسط John von Neumann مطرح و پس از او توسط رياضيداني بنام Stanisla Ulam به عنوان مدلي براي بررسي رفتار سيستم‌هاي پيچيده پيشنهاد شد . اتوماتاي سلولي، جهان‌هايي هستند تعريف شده با قوانين ساده كه شباهت بسياري به صفحه بازي دارند. مي‌توان آنها را بطور واقعي ساخت و مراحل تكاملشان را مشاهده نمود. البته هميشه نبايد در اولين آزمايش انتظار نتايج جالب توجه را داشت ضمن آنكه از ديدگاههاي مختلف تعريف نتايج جالب توجه با هم تفاوت دارد. در هر حال، پس از ساختن چند تا از آنها، قادر خواهيم بود كه يك اتوماتاي سلولي براي هدف خاص خود طراحي و پياده‌سازي كنيم.

اتوماتاي سلولي در حقيقت سيستم‌هاي ديناميكي گسسته‌اي هستند كه رفتارشان كاملاً بر اساس ارتباط محلي استوار است. در اتوماتاي سلولي، فضا بصورت يك شبكه تعريف مي‌گردد كه به هر خانه آن يك سلول گفته مي‌شود. زمان بصورت گسسته پيش مي‌رود و قوانين آن بصورت سرتاسري است كه از طريق آن در هر مرحله هر سلول، وضعيت جديد خود را با در نظر گرفتن همسايه‌هاي مجاور خود بدست مي‌آورد. اتوماتاي سلولي را مي‌توان به عنوان سيستم‌هاي محاسباتي نيز در نظر گرفت كه اطلاعات كد شده در خودشان را پردازش مي‌كنند.

### تعريف رسمي اتوماتاي سلولي

اتوماتاي سلولي شبكه‌اي است از سايتها كه هر كدام مي‌تواند k حالت (وضعيت) داشته باشد. در هر سايت يك اتوماتون با حالات محدود (Finite State Automaton) قرار دارد. در حالت يك بعدي، هر سايت دو همسايه نزديك به خود دارد. در اين حالت، وضعيت سايت I در زمان t+1 يعني  مطابق فرمول زير بدست مي‌آيد:



تابع  را قانون اتوماتاي سلولي مي‌ناميم. ايده همسايگي در اتوماتاي سلولي يك بعدي را مي‌توان بسط داد بگونه‌اي كه دو همسايه ديگر و يا بيشتر را نيز شامل شود. يعني مي‌توان شعاع r را براي همسايگي در نظر گرفت. البته معمولاً‌ نزديك‌ترين همسايه‌ها را در نظر مي‌گيريم، يعني r=1 همچنين سايتها در اتوماتاي سلولي مي‌توانند در شبكه‌اي با هر ابعادي قرار گيرند. دو نوع همسايگي مهم در اتوماتاي سلولي دو بعدي عبارتند از همسايگي Moore و همسايگي von Neumann . در همسايگي Moore براي هر سلولي مركزي هشت سلولي همسايه و در همسايگي von Neumann چهار سلولي همسايه در نظر گرفته مي‌شود:

**همسايگي Moore**

**همسايگي von Neumann**

**شكل 1-2) انواع همسايگي‌هاي مهم در اتوماتاي سلولي**

 بيانگر مجموعه حالات اتوماتون با حالات محدود بوده و  نيز بيانگر تعداد حالات هر سلولي است. واضح است كه  مي‌باشد. براي مثال، در اتوماتاي سلولي يك بعدي  و طول همسايگي را نيز با 2r+1 نشان مي‌دهيم. همچنين در اين نوع اتوماتاي سلولي داريم:



### ويژگي‌هاي اتوماتاي سلولي

ويژگي‌هاي اساسي اتوماتاي سلولي عبارتند از

آ – Discrete in Space : فضايي گسسته دارند.

ب - Discrete in Time :‌زمان بصورت گسسته پيش‌ مي‌رود.

پ - Discrete in States : هر سلولي تعداد محدودي از وضعيتهاي ممكن را اختيار مي‌كند.

ت – Homogeneous : تمام سلولها يكسان ميباشند.

ث – Synchronous Updation : عمل بروز در آوردن سلولها بصورت همگام مي‌باشد.

ج – Deterministic Rule : قوانين تصادفي نبوده و بطور قطعي اعمال مي‌شوند.

چ – Spatially Local Rule : قانون در هر سايت فقط بستگي به مقادير همسايه‌هاي اطراف آن دارد.

ح – Temporally Local Rule : قانون براي مقدار جديد هر سايت فقط بستگي به مقادير تعداد محدودي از مراحل قبل دارد. (معمولاً يك مرحله قبل)

براي پيچيده‌تر كردن مدل، مي‌توان تغييرات زير را برآن اعمال نمود:

آ – افزايش تعداد ابعاد محيط

ب – افزايش تعداد وضعيت‌هاي هر سلول

پ – افزايش طول همسايگي

ت – متغير نمودن همسايگي در طي زمان

ث – متغير نمودن قانون در طي زمان

ج – تغيير در شرايط مرزي

چ – تبديل قانون اتوماتاي سلولي از حالت قطعي به حالت احتمالي

ح – استفاده از شبكه‌هاي مثلثي (Triangular) و يا شش ضلعي (Hexagonal). حسن شبكه شش ضلعي نيز آنستكه سلولها به فاصله يكسان از هم قراردارند.

در مدلسازي سيستم‌هاي فيزيكي و بيولوژيكي،‌گاهي لازم است كه قوانين را بصورت احتمالي در نظر گيريم . رفتار احتمالي قانون را مي‌توان به عنوان نويز در سيستم تعبير نمود. اضافه كردن نويز به بازي زندگي مي‌تواند آنرا بيشتر به جهان واقعيت نزديك كند . همچنين با وجود اينكه سلولها را بصورت گسسته در نظر گرفته‌ايم، تعداد بسيار زيادي از آنها ممكن است رفتار پيوسته‌اي را از خود نشان دهند.

گاهي اوقات نيز ممكن است كه بخواهيم براساس ساختارهاي مشاهده شده در اتوماتاي سلولي، ساختارهاي قبلي را حدس بزنيم و يا قانون حاكم بر آنها را بدست آوريم . البته از آنجا كه اتوماتاي سلولي ويژگي‌ بازگشت ناپذير دارند، هميشه امكان حدس زدن ساختارهاي قبلي وجود ندارد.

ساختارهايي را كه در طي زمان غير قابل دسترسي هستند، باغ عدن (Garden-of-Eden) گويند. يعني ساختاري وجود ندارد كه در طي زمان به اين گونه ساختارها برسد.

جالب است بدانيم كه طرح اتوماتون self-replicator از سوي von Neumann قبل از كشف مكانيزمي بود كه از طريق آن DNA مانند خود را مي‌سازد.

براي جلوگيري از زياد شدن تعداد قوانين، مي‌توان محدوديتهايي در نظر گرفت:

آ – شرط quiescent براي آن برقرار باشد. يعني حالت اوليه‌اي كه تمام سايتها در آن 0 هستند (وضعيت quiescent) ، بايد بدون تغيير بماند.

ب – بايد ويژگي‌ spatial isotropy يا reflection symmetry داشته باشد و بدين معني است كه تمام دورانهاي يك همسايگي. به يك وضعيت بايد نگاشته شوند. مثلاً در حالت يك بعدي، 001 و 100 را به وضعيت يكساني نگاشت كند.

به قوانيني كه داراي اين دو شرط باشند، قوانين مجاز (Legal) گويند. براي قوانين مي‌توان شماره‌اي در نظر گرفت كه معادل دهدهي وضعيتهاي جديد كليه همسايگي‌هاست. بعنوان مثال شماره قانون زير را 90 در نظر مي‌گيريم:

مقادير سلولها در همسايگي 000 001 011 100 101 110 111

مقدار جديد سلول مركزي 0 1 0 1 1 0 1

(01011010)=90

تعداد كل حالات ممكن 28=256 مي‌باشد كه مي‌توان با آنها 256 اتوماتاي سلولي ساخت. به 256 اتوماتاي سلولي يك بعدي با r=1 و k=2 اتوماتاي سلولي ابتدايي (Elementary CAs) يا به اختصار ECAs گفته مي‌شود.

از بين 256 قانون در جدول قوانين، تنها 32 تاي آنها مجاز هستند. انواع ديگر طبقه‌بندي قوانين نيز وجود دارد. براي مثال برخي قوانين بگونه‌اي هستند كه مقدار يك سايت درمرحله بعدي تنها به مجموع مقادير همسايه‌ها بستگي دارد و نه به مقدار تك تك آنها. اينگونه قوانين را totalistic ناميم و با توابعي بشكل زير نمايش داده ميشوند :



برخي قوانين نيز outer totalistic هستند كه مقدار هر سايت در آنها هم به مجموع سايتهاي همسايه بستگي دارد و هم به خود سايت :



قانون مشهور بازي زندگي (Game of Life) از اين نوع قوانين مي‌باشد كه به آن outer totalistic nine-neighbor square گوييم و با كد 224 مشخص مي‌گردد.

از 32 قانون باقي مانده، تنها 8 تاي آنها totalistic هستند. به آنهايي كه totalistic نيستند، peripheral گفته مي‌شود. به عنوان مثال مي‌توان قانون 90 را نام برد.

اولين روش براي مطالعه رفتار اتوماتاي سلولي، روش آماري است. بعنوان مثال، بررسي ميانگين رفتار اتوماتاي سلولي از ساختارهاي اوليه مي‌تواند يك راه حل باشد. با استفاده از همين روش، wolfram قوانين را براي اتوماتاي سلولي با r=k=2 و براساس رفتارشان در طي يك دوره طولاني به چهار كلاس مجزا تقسيم كرده است :

**كلاس I** : رفتار limit point يا بسيار كسل كننده (Very Dull) دارند و بسوي يك وضعيت همگون (Homogeneous) با شروع از هر حالت اوليه مي‌روند. يعني همه صفر يا همه يك مي‌شوند. مي‌توان گفت كه اين قوانين هرگونه اطلاعاتي در حالت اوليه را از بين مي‌برند. اين كلاس شامل قوانين 0 ، 4 ، 16 ، 32 ، 48 ، 54 ، 60 و 62 مي‌باشد.

**كلاس II** : رفتار limit cycle يا كسل كننده (Dull) دارند و نهايتاً‌ مثل يك فيلتر، ساختارهاي ساده، جدا و پريوديك مي‌سازند. ساختارهاي ساده ايجاد شده يا پايدار هستند يا پريوديك كه در اينصورت، معمولاً دوره پريود كوتاهي دارند. منظوراز دوره پريود كوتاه، دوره بسيار كوچكتر از 2N (كل ساختارهاي ممكن N سلول) مي‌باشد. گاهي اوقات نيز الگوهايي بوجود مي‌آورند كه به سمت راست يا چپ شيف داده مي‌شوند. اين كلاس شامل قوانين 8 ، 24، 40 ، 56 ، 58 مي‌باشد.

**كلاس III** : به حالتهاي غير پريوديك (Aperiodic) و غير قابل پيش‌بيني از نظر فضا و زمان (Chaotic) منجر مي‌گردند و رفتار جالب (Interesting) دارند. پيشگوئي رفتار سيستم در طي زمانهاي طولاني ممكن نمي‌باشد. اكثر قوانين در اين كلاس قرار دارند و شامل قوانين 2 ، 6 ، 10 ، 12 ، 14 ، 18، 22 ، 26،‌ 28، 30،‌34 ،‌38 ، 42 ، 44 ، 46 ، 50 هستند.

**كلاس IV** : در نهايت، مهمترين كلاس مربوط به آن قوانيني است كه متعلق به هيچ يك از سه كلاس فوق نبوده و رفتار پيچيده‌اي از خود نشان مي‌دهند. قوانين اين كلاس رفتار بسيارجالب (Very Interesting) دارند وساختارهاي منتشر شونده و گاهي با عمر طولاني ايجاد مي‌كنند. قوانين اين كلاس بسيار نادر هستند. ادعا شده است كه اينگونه قوانين داراي ويژگي‌ جهان محاسباتي مي‌باشند. اين كلاس شامل قوانين 20 و 52 مي‌باشد. بازي زندگي نيز در اين كلاس قرار دارد.

در جدول 1-1 ، 32 قانون مجاز (r=1 , k=2) نشان داده شده است. در اين جدول، حرف T به معناي totalistic و حرف P به معناي peripheral مي‌باشد.

براي هر اتوماتاي سلولي با تعداد محدودي سايت، برخي الگوها بايد در طي زمان مجدداً رخ دهند. چرا كه براي يك اتوماتاي سلولي با N سايت، تنها kN الگوي مختلف مي‌تواند ايجاد شود. لذا اين كلاس بندي براي حالت  مي‌باشد. همچنين براي برخي قوانين ،‌رفتار به حالت اوليه وابسته است و دراينجا ميانگين رفتار نسبت به حالتهاي اوليه متفاوت بررسي شده است.

جدول (1-1) مجموعه قوانين مجاز (r=1 , k=2)

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **طبقه بندي** | **قانون** | **طبقه بندي** | **قانون** | **طبقه بندي** | **قانون** | **طبقه بندي** | **قانون** |
| II | 200 | T,I | 128 | I | 72 | T,P,I | 0 |
| II | 204 | I | 132 | II | 76 | II | 4 |
| II | 218 | III | 146 | P,III | 90 | III | 18 |
| II | 222 | T,III | 150 | II | 94 | T,III | 22 |
| T,II | 232 | P,I | 160 | T,I | 104 | I | 32 |
| II | 236 | II | 164 | II | 108 | II | 36 |
| P,I | 250 | II | 178 | III | 122 | I/II | 50 |
| T,I | 254 | III | 182 | T,III | 126 | III | 54 |

سوال ديگري كه مطرح مي‌گردد آن است كه ويژگي استاتيك قوانين چگونه با رفتار ديناميك اتوماتاي سلولي مرتبط ميباشد. Langton ارتباط بين ميانگين رفتار ديناميك اتوماتاي سلولي و يك پارامتر آماري  از جدول قوانين را بررسي كرد . براي اتوماتاي سلولي دو وضعيت،  كسر بيتهاي 1 در خروجي مي‌باشد و براي اتوماتاي سلولي با k>2 كسر وضعيت‌هاي غير quiescent مي‌باشد (يك وضعيت را بطور فرضي وضعيت quiescent در نظر مي‌گيريم). مثلاً اگر  باشد، نيمي از قوانين هر حالتي را به حالت فعال برده و نيم ديگر هر حالتي را به حالت غير فعال مي‌برند.

سوال ديگري كه مطرح مي‌گردد آن است كه ويژگي استاتيك قوانين چگونه با رفتار ديناميك اتوماتاي سلولي مرتبط ميباشد. Langton ارتباط بين ميانگين رفتار ديناميك اتوماتاي سلولي و يك پارامتر آماري  از جدول قوانين را بررسي كرد . براي اتوماتاي سلولي دو وضعيت،  كسر بيتهاي 1 در خروجي مي‌باشد و براي اتوماتاي سلولي با k>2 كسر وضعيت‌هاي غير quiescent مي‌باشد (يك وضعيت را بطور فرضي وضعيت quiescent در نظر مي‌گيريم). مثلاً اگر  باشد، نيمي از قوانين هر حالتي را به حالت فعال برده و نيم ديگر هر حالتي را به حالت غير فعال مي‌برند.

Langton يكسري نمونه را بروش Monte Carlo در اتوماتاي سلولي دو بعدي ايجاد كرد. او از مقدار  شروع كرده و به مرور با افزايش آن تا مقدار  پيش رفته و ميانگين رفتار را براي هر مقدار  بدست آورد. مطالعات او نشان داد كه هنگامي كه  را از مقدار 0 تا  افزايش مي‌دهيم، ميانگين رفتار اتوماتاي سلولي از يك رفتار منظم به رفتار بي نظم ختم مي‌گردد. زماني كه  را به يك مقدار بحراني  نزديك مي‌كنيم، قوانين به سمت حالات گذرا (Transient) ميل مي‌كنند. او ادعا كرد كه اتوماتاي سلولي نزديك به  متناظر با كلاس IV طبقه‌بندي Wolfram مي‌باشد. او همچنين عنوان نمود كه اتوماتاي سلولي پيچيده‌اي را مي‌توان در اين محدوده يافت كه قادر به ذخيره و انتقال اطلاعات به بهترين وجه مي‌باشند. به محدوده اطراف  لبه بي‌نظمي (Edge of Chaos) نيز گرفته مي‌شود.

### -سيستم‌هاي ديناميكي

مطالعه سيستم‌هاي ديناميكي، تاريخي طولاني دارد. در اينگونه سيستم‌ها، فضايي در نظر گرفته مي‌شود كه شامل اشياء مطلوب ما مي‌باشد. همچنين از قانوني استفاده مي‌شود كه بيان مي‌دارد اشياء در طي زمان (يا يك پارامتر ديگر) چگونه تغيير مي‌كنند. فيزيك اولين علمي است كه سيستم‌هاي ديناميكي را بررسي كرده است.

اتوماتاي سلولي نيز يك سيستم ديناميكي است. اتوماتاي سلولي ظرفيت اطلاعاتي پائيني داشته و لذا براي برخي كاربردها مطلوب نمي‌باشد. ظرفيت اطلاعاتي آنها را مي‌توان بكمك يادگيري افزايش داد .

وقتي سيستم‌هاي ديناميكي را مطالعه مي‌كنيم، جنبه‌هاي مختلفي را ممكن است مدنظر داشته باشيم. بعنوان مثال مي‌توان قوانين حركت، حالتهاي پايدار و يا orbit ها را نام برد. هر سيستم ديناميكي با يك وضعيت  بيان مي‌گردد. تمام اين وضعيت‌ها تشكيل يك فضا را مي‌دهند كه H(x) ناميده مي‌شود. بسياري از تكامل‌ها در سيستم‌هاي ديناميكي بازگشت ناپذير هستند. بعنوان مثال مي‌توان orbit ها را نام برد. Orbit ها در طي زمان با هم ادغام شده وپس از مراحل بسيار تمام orbit ها (با شروع از وضعيت‌هاي اوليه گوناگون) در يك جذب كننده (Attractor) به هم مي‌رسند. جذب كننده‌ها معمولاً شامل تعداد محدودي وضعيت مي‌باشند. سيستم‌هاي ديناميكي را مي‌توان به سه شكل طبقه‌بندي كرد:

آ – طبقه‌بندي براساس جذب كننده‌ها

جدول 1-2) طبقه‌بندي سيستم‌هاي ديناميكي براساس جذب كننده‌ها

|  |  |
| --- | --- |
| **ويژگي سيستم** | **كلاس** |
| بدون جذب | 1 |
| با يك نقطه جذب | 2 |
| با N نقطه جذب كننده N<∞ | 3 |
| با N نقطه جذب كننده N→∞ | 4 |
| با N نقطه جذب كننده پريوديك N<∞ | 5 |
| با N نقطه جذب كننده پريوديك N→∞ | 6 |
| با جذب كننده هاي نامحدود با قاعده | 7 |
| با جذب كننده هاي ناشناخته | 8 |

براساس اين طبقه‌بندي، اتوماتاي سلولي در كلاس 5 قرار دارند.

ب – طبقه بندي براساس Parameter space

سيستم‌هاي ديناميكي بصورت {X,F} تعريف مي‌شوند. F بيانگر قانون نگاشت است. F با مجموعه‌اي از اعداد مشخص مي‌گردد. اين اعداد در فضايي گسترده شده‌اند كه parameter space ناميده مي‌شود. چنانچه X شامل N نقطه باشد، سيستم ديناميكي را O(1) ناميم اگر كه با تعداد ثابتي پارامتر مشخص گردد. يك سيستم ديناميكي O(N) ناميده مي‌شود هرگاه كه با O(N) پارامتر مشخص گردد. اتوماتاي سلولي در كلاس O(N) قرار دارند.

پ – طبقه‌بندي با استفاده از ظرفيت اطلاعاتي (Information Capacity)

فرض مي‌كنيم كه X شامل N جزء باشد. در آنصورت  سيستم ديناميكي وجود خواهد داشت كه ظرفيت اطلاعاتي آنها نيز ثابت است. سيستم‌هاي O(1) و O(N) و O(N2) مطلوب هستند، چرا كه ساده مي‌باشند. اما اينگونه سيستم‌ها ظرفيت اطلاعاتي پائيني دارند. بين ظرفيت اطلاعاتي و parameter space يك trade off وجود دارد. اتوماتاي سلولي در كلاس O(2N) قرار دارند.

## **1-2- اتوماتاي يادگيرنده**

در تئوري رياضي يادگيري، اطلاعات رفتاري بصورت اصطلاحات كميتي بيان مي‌شوند. كار در اين زمينه توسط Hull آغاز گرديد. بعنوان مثال، در مسئله T-Maze يك موش گرسته در قسمت پايين قرار داده مي‌شود. موش مي‌تواند به سمت بالا حركت كرده و سپس به سمت راست ياچپ برود. براساس يك جدول از پيش تعيين شده، غذا گاهي در سمت راست و گاهي در سمت چپ قرارداده مي‌شود. مطلوب يافتن مدلهاي رياضي رفتار موش در انتخاب جهت در طي ازمايشات موفقيت آميز مي‌باشد. آزمايش كننده احتمالهايي را در نظر مي‌گيرد و هدف آن است كه موضوع (در اينجا موش) اين احتمالها را تشخيص دهد.

يكي از مهمترين ويژگيهاي سيستم‌هاي يادگيرنده آن است كه قادرند كارآيي خود را در طي زمان بهبود بخشند. از ديدگاه كاملاً رياضي ، هدف يك سيستم يادگيرنده، بهينه كردن تابعي است كه ممكن است كاملاً شناخته شده نباشد. سه الگوي يادگيري كه برگرفته از بيولوژي و روانشناسي انسان هستند، عبارتند از

آ – اتوماتاي يادگيرنده احتمالي (Stochastic Learning Automata)

ب – شبكه‌هاي عصبي مصنوعي (Artificial Neural Netwoks)

پ – الگوريتم‌هاي ژنتيك (Genetic/Evolutionary Algorithms)

مفهوم اتوماتاي يادگيرنده اولين بار توسط M.L.Tsetlin و همكارانش در اوايل دهه 1960 در كشور اتحاد جماهير شوروي سابق مطرح شد. البته اصطلاح تئوري اتوماتون كه توسط او استفاده شد. با تحقيقاتي كه بدنبال آن توسط تئوريسين‌هاي غربي صورت گرفت، اشتراك بسيار كمي داشت و به مدلهاي رياضي تئوري يادگيري نزديك بود. در حقيقت مطالعات صورت گرفته در زمينه مدلهاي رياضي كه توسط روانشناسان آمريكايي صورت گرفته بود را مي‌توان بعنوان گامهاي اوليه در اين زمينه تلقي كرد.

اتوماتاي يادگيرنده در محيطي احتمالي (تصادفي) عمل نموده و قادر هستند كه براساس وروديهاي دريافت شده از محيط،‌احتمال انجام عمليات خود را بروز در آورده تا بتوانند كارآيي خود را بهبود بخشند. يك اتوماتاي بصورت ماشيني با حالات محدود (Finite State Machine) و به همراه ماتريس انتقال احتمالي (Stochastic Transition Matrix) مدل مي‌گردد. بطور كلي يادگيري را مي‌توان بدين شكل تعريف نمود:

**"يادگيري تغيير در كارآيي يك سيستم و حاصل از تجربيات گذشته مي‌باشد."**

اتوماتون يك شي انتزاعي (Abstract Object) است كه تعداد محدودي عمل را مي‌تواند انجام دهد و هر عملي كه انجام مي‌دهد، توسط محيطي احتمالي ارزيابي مي‌گردد و پاسخي به اتوماتون داده مي‌شود. اتوماتون از اين پاسخ استفاده نموده و عمل بعدي را انتخاب مي‌كند. در طي اين پروسه اتوماتون ياد مي‌گيرد كه چگونه بهترين عمل را انتخاب نمايد.بطور كلي هراتوماتون يادگيرنده از دو بخش زير تشكيل مي‌گردد.

آ – اتوماتوني با تعدادمحدودي عمليات و محيطي احتمالي كه با اتوماتون در حال عمل و عكس‌العمل هستند.

ب – الگوريتم يادگيري كه بوسيله آن اتوماتون ياد مي‌گيرد كه بهترين عمل را انجام دهد.

براي توصيف رياضي اتوماتون احتمالي (Stochastic Automaton) مي‌توان از quintiple زير استفاده نمود:



مجموعه عمل‌هاي (Action) اتوماتون 

مجموعه وروديهاي اتومانون 



تابعي كه وضعيت كنوني را با استفاده از پاسخ محيط به وضعيت جديد مي‌نگارد.

تابع خروجي كه وضعيت كنوني را به خروجي بعدي مي‌نگارد. 

مجموعه وضعيت‌هاي داخلي اتوماتون 

زماني كه توابع F و G بصورت قطعي (Deterministic) هستند. اتوماتون را اتوماتون قطعي گويند. در چنين حالتي با داشتن وضعيت اتوماتون و ورودي، مي‌توان وضعيت بعدي و خروجي اتوماتون را بطور قطعي تعيين نمود.

زماني كه توابع F و G احتمالي (Stochastic) هستند. اتوماتون را اتوماتون احتمالي گويند. در چنين حالتي تنها مي‌توان احتمال وضعيت بعدي و خروجي بعدي اتوماتون را بيان نمود. اتوماتون احتمالي خود به دو دسته تقسيم مي‌گردد:

آ – اتوماتون احتمالي با ساختار ثابت (Fixed Structure)

ب – اتوماتون احتمالي با ساختار متغير (Variable Structure)

در اولي احتمالهاي عمليات اتوماتون ثابت هستند. حال آنكه در دومي اين احتمالها در هر مرحله بروز در مي‌ايند.

### - محيط

محيط احتمالي را مي‌توان بصورت رياضي با يك triple بيان نمود:



مجموعه وروديها 

مجموعه خروجيها 

مجموعه احتمالهاي جريمه شدن 

ورودي محيط يكي از r عملي است كه اتوماتون انجام مي‌دهد. هر گاه  بصورت پاسخ دوتايي (Binary Response) باشد، محيط از نوع P-Model مي‌باشد. در چنين محيطي =1  به عنوان جريمه يا شكست و =0  به عنوان پاداش يا موفقيت در نظر گرفته مي‌شود. در محيط (n),Q-Model  مي‌تواند بطور گسسته يكي از مقادير محدود در فاصله [0,1] را اختيار كند و در محيط (n), S-Model  متغير تصادفي در فاصله [0,1] است يعني  مقادير C يعني احتمالهاي جريمه شدن بصورت زير تعريف مي‌شوند:



ci يعني احتمال آنكه عمل  نتيجه نامطلوب (Unfavorable) داشته باشد. در يك محيط پايدار (Stationary) مقادير Ci بدون تغيير باقي مي‌مانند، حال آنكه در يك محيط ناپايدار (Non-Stationary) اين مقادير در طي زمان تغيير مي‌كنند.

حالت ديگر زماني است كه محيط تصادفي نباشد (قطعي باشد). در اينصورت كافي است كه اتوماتون تمام عمل‌ها را انجام دهد تا آن عملي را بيابد كه حداكثر پاداش را دارد. در حالتيكه پاسخ محيط براي هر عمل تصادفي باشد، يك راه حل آن است كه هر عمل را براي چندين بار انجام دهيم و ميانگين پاسخ براي آن عمل را بدست آوريم. اشكال اين روش نيز آناست كه آزمايشات بسياري براي عمل‌هايي كه مطلوب نيستند، به هدر مي‌رود.

ارتباط بين اتوماتا و محيط به همراه الگوريتم‌هاي يادگيري، اتوماتاي يادگيرنده را تشكيل مي‌دهد:



مجموعه خروجيهاي اتوماتون (مجموعه وروديهاي محيط) 

مجموعه وروديهاي اتوماتون (مجموعه خروجيهاي محيط) 

بردار احتمال 

الگوريتم يادگيري 

مجموعه احتمالها جريمه شدن 

تابع G با بردار احتمال و تابع F نيز با الگوريتم يادگيري جايگزين شده‌اند.

Environment

Stochastic Automata

Set of Inputs

Set of Responses

{α} Set of Actions

{β} Set of Inputs

State *p*={*p1*,*p2*,…,*pr*}

**شكل 1-6 ارتباط بين اتوماتا و محيط**

دو عامل مهم و موثر بر كارآيي اتوماتون، يكي شرايط اوليه وديگري مجموعه احتمالهاي جريمه شدن از محيط مي‌باشد. شرايط اوليه مي‌تواند بردار احتمال عمل اوليه و يا وضعيت اوليه باشد. احتمالهاي جريمه شدن نيز معمولاً ناشناخته هستند ولي در برخي كاربردها تا حدودي در مورد آنها اطلاع داريم.

يك اتوماتون كاملاً‌مبتني بر شانس (Pure-Chance Automaton) به اتوماتوني گفته مي‌شود كه در آن هر عمل با احتمال مساوي انجام مي‌پذيرد. بنابراين اتوماتوني كه ياد مي‌گيرد، بايد كارآيي بهتري نسبت به چنين اتوماتوني داشته باشد.

M(n) به معناي ميانگين جريمه‌هاي گرفته شده توسط اتوماتون براي يك بردار احتمال مي‌باشد و بصورت زير تعريف مي‌گردد:





انديس n به معناي مرحله انجام آزمايش (نسل) مي‌باشد. چون  در اينصورت داريم:



براي يك اتوماتون كاملاً مبتني بر شانس M(n) ثابت است و آنرا با Mo بيان مي‌كنيم:



با فرض يك محيط پايدار، چون Ci ها ثابت هستند، پس M0 نيز ثابت است. ولي در مورد يك اتوماتون يادگيرنده چون Pt ها ثابت نيستند و تغيير مي‌كنند پس M(n) نيز متغير است. براي آنكه اتوماتوني بهتر عمل نمايد، بايد M(n) براي آن كوچكتر از M0 باشد و از آنجا كه M(n) متغير تصادفي است. اميد رياضي M(n) (Expected Value) يعني E[M(n)] را با M0 مقايسه مي‌كنيم.

آ – يك اتوماتون يادگيرنده را expedient گوييم هر گاه.



اين نوع اتوماتون صرف بهتر از اتوماتون مبتني بر شانس عمل مي‌كند و رفتار بهينه ندارد.

ب – يك اتوماتون يادگيرنده را optimal گوييم هر گاه.





البته در يك محيط واقعي، هميشه به مقدار بهينه نمي‌رسيم و اختلافي با مقدار بهينه وجود دارد.

پ – يك اتوماتون يادگيرنده را  گوييم هرگاه:





ت – يك اتوماتون يادگيرنده را absolutely expedient گوييم هرگاه:



علت آنكه در سمت راست نامساوي از اميد رياضي استفاده ننموده‌ايم آنست كه چون مرحله nام را پشت سر گذاشته‌ايم. پس M(n) ثابت است ولي M(n+1) احتمالي است و بستگي به p(n) دارد.

نكته مهم ديگري كه در اينجا بايد بدان اشاره نمود آنست كه expediency صرفاً نشان مي‌دهد كه يك SlA بهتر از اتوماتون كاملاً مبتني بر شانس عمل مي‌كند. در حاليكه optimality مطلوب ماست و بيان مي‌كند كه بهترين عمل توسط اتوماتون صورت گرفتهاست. البته در صورتيكه محيط پايدار باشد. اما در عمل محيط معمولاً ناپايدار بوده و لذا رفتار  ترجيح داده مي شود.

#### **- الگوريتم استاندارد يادگيري**

ايده اساسي در تمام الگوريتم‌هاي يادگيري بدين صورت است كه اگر SLA عمل  را در مرحله n ام انتخاب كند وپاسخ مطلوب از محيط دريافت نمايد، احتمال pi(n) افزايش و ساير احتمالها كاهش مي‌يابد. براي پاسخ نامطلوب pi(n) كاهش و ساير احتمالها افزايش مي‌يابد. در هر حال،‌تغييرات بگونه‌اي صورت مي‌پذيرد كه حاصل جمع pi(n) ها همواره واحد بماند.

آ – پاسخ مطلوب





ب – پاسخ نامطلوب





توابع f1 و g1 بترتيب بنام توابع پاداش (Reward) و جريمه (Penalty) بوده و مخالف صفر مي‌باشند.





در اين روابط، a پارامتر پاداش و b پارامتر جريمه مي‌باشند. با توجه به مقادير a و b سه حالت زير را مي‌توان در نظر گرفت:

آ – زمانيكه a و b با هم برابر باشند، مدل را (Linear Reward Penalty) LRP گوييم.

ب – زمانيكه b از a خيلي كوچتر باشد، مدل را (Linear Reward Epsilon Penalty) L

پ- زمانيكه b مساوي صفر باشد، مدل را (Linear Reward Inaction) LRI گوييم.

با استفاده از معادلات ذكر شده داريم:‌

آ – پاسخ مطلوب





ب – پاسخ نامطلوب





LRP منجر به رفتار expedient اتوماتون مي‌گردد، در حاليكه LRI و  منجر به رفتار  مي‌گردند.

لازم به ذكر است كه روشهاي غير خطي نيز براي بروز در آوردن احتمال‌ها بكار گرفته شده‌اند كه نتايج آنها نسبت به روشهاي خطي چندان چشمگيرتر نبوده است.

يكي از عوامل كه كاربرد اتوماتاي سلولي را محدود مي‌سازد، نرخ كند همگرايي آنها مي‌باشد. اين عامل زماني كه تعداد عمل‌ها بيشتر مي‌گردد و اتوماتاي يادگيرنده بايد در هر مرحله احتمالهاي آنها را بروز درآورد. ملموس‌تر است. برخي از روشها كه براي بهبود نرخ همگرايي الگوريتم يادگيري ارائه شده‌اند، عبارتند از:

آ – الگوريتم‌هاي يادگيرنده گسسته (Discretised Learning Algorithms)

ب – الگوريتم‌هاي تخميني (Estimator Algorithms)

پ – طرح‌هاي يادگيرنده (S-Model Learning Schemes) S-Model

# **- اتوماتاي يادگيرنده سلولي**

## لزوم ايجاد مدل جديد

همان طور كه ديديم اتوماتاي سلولي با تمام قدرتي كه داراست چند اشكال عمده دارد. يكي از اشكالات اين ابزار، تعيين فرم قطعي قوانين مورد نياز براي يك كاربرد خاص است. براي مثال تشخيص اين كه براي رسيدن به يك هدف خاص در سمت دوم قانون چه حالتي قرار گيرد، سخت مي باشد. از طرفي تمام قوانين مطرح شده در اتوماتاي سلولي مجاز نمي باشند و بررسي خود اين شرط نيز در بعضي موارد طاقت فرساست.

دومين دليلي كه به نظر مي رسد آن است كه اين ابزار براي مدل كردن سيستمهايي مناسب است كه قطعيت در تغيير حالات سيستم وجود داشته باشد. از طرفي اغلب سيستمهايي كه توسط اين ابزار مدل مي شوند، سيستمهاي پيچيده اي هستند كه دو ويژگي عمده در آنها به چشم مي خورد. يكي نويزهايي كه در سيستم وارد مي شود و دوم عدم قطعيت و احتمالي بودن سيستم. بدين ترتيب براي چنين سيستم هايي وضع قوانين به صورت قطعي، منطقي به نظر نمي رسد.

راه حلهاي متفاوتي در برخورد با اين مشكلات به نظر مي رسد. يكي از اين راه حلها احتمالاتي كردن قوانين مي باشند. به اين ترتيب كه تمام قانونهاي امكان پذير را در نظر بگيريم و به هركدام احتمالي نسبت دهيم. به اين معنا كه اگر دو قانون با فرم A→a و A→b داشتيم، با احتمالي خاص، قانون اول را براي تغيير وضعيت بپذيريم و با احتمال ديگري قانون دوم را. اما مشكلي كه باز گريبان گير ما خواهد شد آن است كه شناسايي همين احتمالها در سيستمهاي ناشناخته عملي نمي باشد. پس بايد به سمتي حركت كنيم كه به نحوي خود ابزار با گذشت زمان بتواند قوانين مناسب را استخراج كند. بدين منظور چندين رهيافت را مي توان مورد بررسي قرار داد.

رهيافت اول آنست كه تمام مجموعه قوانين را براي اتوماتاي سلولي توليد كنيم و سپس با استفاده از روشهاي مكاشفه اي مانند الگوريتمهاي ژنتيكي به جستجو برروي اين مجموعه قوانين بپردازيم. بدين ترتيب كه هر سلول با توجه به وضعيت خود در جهان سلولي، مجموعه اي از قوانين را مورد پذيرش قرار دهد. البته اين كار اصل همگني را براي اتوماتاي سلولي از بين خواهد برد. در صورتيكه بخواهيم همچنان پايبند اصل همگني باشيم، مي توانيم الگوريتم جستجو را براي كل ابزار ابزار پياده سازي كنيم و قانونهاي پذيرفته شده را براي همه سلولها بكار ببريم. مشكلي كه اين مدل ايجاد خواهد كرد اينست كه در مواردي كه فضاي جستجو بسيار بزرگ است، همگرايي اتوماتاي سلولي بسيار كند خواهد بود و از طرفي براي بسياري از كاربردها اين مدل توجيه كننده نمي باشد. همين طور ممكن است نتوانيم مبناي خوبي براي همگرا شدن سيستم بيابيم.

رهيافتي كه در برابر تمام ايده هاي گذشته به ذهن مي رسد، اين است كه به گونه اي، هوشمندي را به سلولهاي اتوماتاي سلولي بيافزاييم و بدين وسيله ، تحمل مدل در برابر فرآيندهاي احتمالي و ايجاد نويز در سيستم را افزايش دهيم. به اين ترتيب، استفاده از الگوريتمهاي يادگيري ماشين در ساختار سلول مي تواند به منظور حل مشكلات مفيد واقع شود. اگر به الگوريتمهاي يادگيري نگاهي بياندازيم، تنها تعداد اندكي از آنها در برابر سيستمهاي پيچيده و ديناميك از خود كارايي مناسبي نشان مي دهند.يكي از دسته الگوريتمهاي يادگيري كه مبناي پيدايش آنها علم احتمالات و فرآيندهاي غير قابل پيش بيني بوده است، الگوريتمهاي يادگيري تقويتي است كه به لحاظ پاية تئوري كه اين الگوريتمها را بنا گذاشته اند، براي استفاده در اتوماتاي سلولي مفيدند. در مدلي كه ما بررسي مي كنيم دو دسته از اين الگوريتمها با نامهاي اتوماتاي يادگيرنده و يادگيري **Q** مورد بررسي قرار خواهند گرفت.

### 2-1-1- آيا اتوماتاي سلولي شرايط مورد نياز براي يادگيري تقويتي را تأمين مي كند؟

سئوال بسيار مهمي كه در آغاز راه به نظر مي رسد آن است كه به لحاظ رياضي، اتوماتاي سلولي شرايط لازم براي اعمال اتوماتاي يادگير و يادگيري **Q** را داراست؟

در جواب بايد گفت كه يكي از شرايط اصلي استفاده از اين يادگيري ها آن است كه يادگيرنده در جهاني قرار گيرد كه قابل مدل شدن با زنجيرة ماركوف باشد. يعني جهان ما بايد به گونه اي مدل شود كه با داشتن فقط *وضعيت nام* آن، بتوانيم *وضعيت n+1ام* جهان را تعيين كنيم. اگر نگاهي به ويژگيهاي اتوماتاي سلولي بياندازيم، متوجه مي شويم كه اين موضوع براي آن، صدق مي كند. حتي در بعضي انواع اتوماتاهاي سلولي شرايط قوي تري نيز صادق است و با استفاده از وضعيت كنوني مي تواني وضعيت قبلي را تعيين كنيم.

اين ويژگي اتوماتاي سلولي با توجه به فرم قوانين آن كاملاً قابل توجيه است و با توجه به اين مطلب، هيچ محدوديتي- به لحاط تئوريك- در استفاده از يادگيرنده هاي فوق در اتوماتاي سلولي وجود ندارد.

اتوماتاي يادگير سلولي كه از اين پس آن را با نام CLA مي‌شناسيم مدلي است كه از بسط CA (اتوماتاي سلولي) سنتي و با افزودن اتوماتای يادگير به هر سلول آن بدست آمده است. اين مدل براي سيستم‌هاي طراحي شده كه اجزاي آنها به طريق هم از گذشته خود و هم از تجربيات ديگران آموزش مي‌بينند و مي‌توانند رفتار خود را بهينه سازند. مدل اوليه و اصلي CLA كه اولين بار توسط طاهرخاني ارائه گرديد بصورت پنج تايي <E, A, N, R, L> تعريف گرديده بود. در تعريف جديد CLA كه در ادامه ارائه مي گردد پارامتر ديگري نيز اضافه شده است. براي كسب اطلاعات بيشتر رجوع كنيد به [طاهرخاني78].

يك CLA را مي‌توان به صورت يك شش تايي <E , A, N, R, L, C> تعريف كرد كه  
 E={e1, e2, …, en} مجموعه مكانهاي تعريف شده در اتوماتاي سلولي هستند كه مي‌توانند در انواع مختلفي مانند خطي، دو بعدي و سه بعدي دركنار هم قرار گيرند.

A={a1, a2, …,ak} مجموعه مقادير مجاز يك سلول است. At(ei) نشان دهنده مقدار سلول ei درزمان t است. R قوانين حاكم بر جامعه سلولي است. كه پاداشها و جزاها براساس آن تعيين ميشود.

N(ei) مجموعه همسايه‌هاي سلول ei راتعريف مي‌كند كه اين مجموع داراي اين ويژگيهاست:





هر قانون  را مي‌توان با توجه به مفاهيم قوانين عمومي و totalistic به يكي از فرمهاي زير تعريف كرد:







.



فرض كنيم  در اين صورت مي‌توانيم بگوييم  يعني قانون R هميشه تابعي از عضوهاي يك W است. L يادگيرنده سلولي را تعريف مي‌كند كه خود اين يادگيرنده براساس ساختار خودقابل تعريف است. و بالاخره C كه تابعي از W(ei) ميباشد و وظيفه آن تقسيم پاداش بدست آمده از r(W(ei)) براي تمام اعضاي W(ei) مي‌باشد

حال كه با تعريف اين مدل آشنا شديم به شرح سيستم آن مي‌پردازيم.

فرض مي‌كنيم در گام t ام باشيم. هر سلول ei از ميان اعضاي A يك مقدار را براساس مكانيسم داخل خود برمي‌گزينند. (اين مكانيسم وابسته به يادگيرنده متناظر سلول است). سپس به ازاي هر سلول مي‌توان كارهاي زير را دنبال كرد.

W(ei) را در نظر مي‌گيريم و R را در مورد آن به اجرا در مي‌آوريم و سپس طبق تابع C مقدار پاداش بدست آمده براي مجموعه W(ei) را بين اعضاي آن تقسيم مي‌كنيم. با چنين مكانيسمي هر سلول ei در گام t ام  خرده پاداش دريافت مي‌كند كه با جمع اين خرده پاداش‌ها ، پاداش‌ كل سلول بدست مي‌آيد.





با اين مكانيسم مي‌توان براي هر سلول چند خانواده تعريف كرد كه به اين صورت تعريف مي‌شوند.



كه سلول سعي مي‌كند به گونه‌اي با انجام يك عمل خاص نتيجه بدست آمده در اين چند گروه را بهينه سازد و از طرفي ديگر براساس مكانيزم پياده‌سازي C(W(ej),ei) مي‌توان به هر سلول براساس كارايي آن پاداش داد. پس از اينكه پاداشها محاسبه شدند اين پاداشها به يادگيرنده‌هاي هر سلول داده مي‌شود و سلول عمل بهينه سازي را برروي خود انجام مي‌دهد و اين عمل آنقدر انجام مي‌پذيرد تا سيستم به تعادل نسبي دست يابد و مقدار بهينه هر سلول پيدا شود.

همانطور كه در اين مدل ديده مي‌شود چند مورد از ويژگيهايي اتوماتاي سلولي سنتي را دگرگون ساختيم:

اصل همگني سلولها ديگر رعايت نمي‌شود. هر سلول مي‌تواند يادگيرنده مخصوص خود را با پارامترهاي متفاوت داشته باشد. همچنين الگوريتم C نيز در از بين بردن همگني بي‌تاثير نيست.

Temporally local Rule :‌ افزودن يادگيرنده به سلول، فراينده تصميم‌گيري سلول تا حد زيادي از كنترل R اتوماتاي سلولي خارج مي‌شود و به پارامترهاي يادگيرنده وابسته مي‌شود.

## **2-4- نحوه پاداش دهي به سلولها**

همانطوريكه كه گفته شد در مدل ارائه شده، پس از مشخص پاداش مربوط به وضعيت يك W(ei) سيگنال پاداش بين سلولهاي آن تقسيم مي‌شود كه اين تقسيم توسط C(W(ei),ej) ،  تعريف مي‌شود و مقدار بازگشتي آن ميزان پاداش رسيده به سلول ej از مقدار r(W(ei)) را نشان مي‌دهد.

روشهاي متفاوتي براي پياده‌‌سازي تابع C وجود دارد كه از مهمترين آنها مي‌توان به تقسيم مساوي، تقسيم تصادفي، تقسيم براساس ويژگيهاي سلول از جمله خبرگي سلول، اشاره كرد. از روش تقسيم مساوي داريم:





روش تصادفي بدون هيچ معيار خاص و تنها بصورت تصادفي مقداري را برمي‌گرداند.



كه



روش بعد استفاده از ويژگيهاي خاص سلولها براي تقسيم سيگنالهاي پاداش است، كه اين ويژگيها را براي كاربردهاي متفاوت مي‌توان متفاوت در نظر گرفت. اين ويژگيها مي‌توانند خبرگي سلول، موقعيت مكاني در گروه همسايگي و موارد ديگر باشد.

در بررسي‌هايي كه ما انجام داديم هم موقعيت جغرافيايي سلول و هم خبرگي را مدنظر گرفتيم. در حالتي كه موقعيت جغرافيايي را ملاك قرار داريم C را به روش زير پياده سازي كرديم:

ساير موارد

سلول مركزي



سپس ملاك خود را خبرگي قرار داديم و آنچه در ادامه مي‌آيد نحوه پياده‌سازي C براساس خبرگي است.

### 2-4-1- خبرگي

از خبرگي تعاريف متفاوتي ارائه شده كه يكي از تعاريف برپايه يادگيرنده سيستم ارائه مي‌شود. در اين تعريف پايه محاسبه خبرگي اجزاي يك سيستم پيچيده ، پاداشهايي هستند كه به اين اجزا داده مي‌شوند.

**- روش نرمال ، مجموع جبري سيگنالهاي تقويتي**



كه ei سلول مورد نظر، now زمان كنوني و  خبرگي سلول است. براساس اين تعريف، دريافت پاداش نشان خبرگي و دريافت تنبيه نشانه عدم خبرگي است.

**- روش قدر مطلق، مجموع قدر مطلق سيگنالهاي تقويتي:**



براساس اين تعريف دريافت و پاداش بيشتر نشان دهنده تجربه بيشتر عامل و در نتيجه خبرگي بيشتر وي است

**- روش مثبت، مجموع سيگنالهاي پاداش:**





در اين تعريف تنبيه سلول، معياري براي خبرگي به شمار نمي‌رود و تنها پاداش گرفتن تاثير گذار است.

- روش منفي، مجموع قدر مطلق سيگنالهاي تنبيه:





كه در اين روش به تنبيه‌هاي دريافت شده هر سلول بها داده شده است. در اين ديدگاه هر چه سلول تنبيه بيشتري دريافت كرده باشد نشانه تجربه بيشتر سلول و در نتيجه خبرگي بيشتر آن است. بايد توجه داشته باشيد كه در تمام بحثهاي انجام شده در مدل فوق فرض بر اين است كه



در صورتي كه چنين فرضي برقرار نباشد بعضي از تعاريف فوق دچار دگرگوني مي‌شوند و بعضي نيز تعابيري يكسان پيدا خواهند كرد. حال كه خبرگي را تعريف كرديم، به تقسيم امتياز و پياده‌سازي C براساس آن مي‌پردازيم.

با در نظر گرفتن معيار خبرگي مي‌توانيم به دو روش C را پياده سازي كنيم: *تقسيم براساس خبرگي* و *تقسيم براساس عكس خبرگي*.

**- تقسيم امتياز براساس خبرگي:**

در تقسيم امتياز براساس خبرگي فرض مي‌كنيم هر چه سلولي خبره‌تر باشد احتمالاً‌ نقش بيشتري در رساندن خانواده به نتيجه نهايي دارد و بنابراين لازم است سهم بيشتري از كل سيگنال تقويتي را دريافت كند. هر چه سلول كمتر خبره باشد احتمالاً‌تاثيري كمتر در موفقيت يا شكست خانواده خود داشته و بنابراين به همين نسبت سهم كمتري هم بايد از سيگنال تقويتي دريافت كند. سلول‌هاي خبره‌تر هم پاداش و هم تنبيه بيشتري را دريافت مي‌كنند. رابطه زير نحوه تقسيم سيگنالهاي تقويتي بين سلولهاي يك خانواده رانشان مي‌دهد:



كه r(W(ej)) سيگنال تقويتي داده شده به خانواده W(ej) است و ei يك سلول عضو آن است

**- تقسيم امتياز براساس عكس خبرگي:**

اين روش تا حدي شبيه روش قبل است با اين تفاوت كه در اين روش، فرض مي‌شود موفقيتها بيشتر ثمره سلولهاي خبره است و شكستها ثمره سلولهايي كه خبرگي كمتري دارند مي‌باشند. بنابراين چنانچه پاداشي دريافت شد همانند روش خبرگي عمل مي‌كنيم و چنانچه سيگنال تقويتي دريافت شد از نوع تنبيه باشد سهم بيشتري را به سلولهايي با خبرگي كمتري دهيم و كمترين مقدار به سلولهاي خبره مي‌رسد. رابطه زير نحوه تقسيم پاداش را با چنين روشي نشان مي‌دهد:



كه  .

اگر چه نقطه نظر بسياري اتوماتاي سلولي خود يك سيستم چند عامله است، به نظر مي‌رسد با توجه به ديدگاه بالا به پايين در سيستم‌هاي چند عامله اين موضوع چندان صحيح نباشد. در اتوماتاي سلولي اجزا داراي واكنشهاي بسيار ساده‌اي هستند و براساس همين واكنشها، سيستم پيچيده‌اي را بوجود مي‌آورند و اين ويژگي اتوماتاي سلولي يك رهيافت پايين به بالاست. در مدل جديد ما سعي شده كه همان سادگي واكنشها در اتوماتاي سلولي خط شود و هيچ نقش خاصي براي سلولها در ابتداي كار تعريف نمي‌شود. بلكه سلول‌ها در مدت زمان حيات خود رفته رفته تكامل مي‌يابند و در جايگاه حقيقي خود قرار مي‌گيرند و باز همان ديدگاه پايين بالا را دنبال مي‌كنند. پس شايسته است كه مدل جديد يكي از خانواده‌هاي اتوماتاي سلولي شناخته شود.

## **2-6- آيا مي‌توان با افزودن هوشمندي به سلولهاي اتوماتاي سلولي انتظار همگرا شدن سيستم را داشته باشيم؟**

در ابتداي كار داريم: 

در اين صورت با محاسبه:



مي‌توانيم عدم قطعيت حالتعمومي اتوماتاي سلولي را در هر زمان بياييم.

براي محاسبه pi براي حالت عمومي اتوماتاي سلولي با توجه تعريفي كه براي تعيين حالات عمومي دانسته‌ايم، معدل احتمالات سلول‌ها را براي هر حالت بدست مي‌آوريم:



كه qij احتمال آن است كه ej در حالت ai قرار داشته باشد:



به اين ترتيب با مطالعه مقدار تغييرات H(XCA) مي‌توانيم ايجاد ارتباط منظم در سيستم دست يابيم.

براي دريافت پاسخ به اين سوال مي‌توان با محاسبه يك حالت عمومي براي كل اتوماتاي سلولي و استفاده از مفهوم آنتروپي بررسي كنيم كه عدم قطعيت در اتوماتاي سلولي با گذشت چه تغييراتي مي‌كند؟ يك معيار براي نسبت دادن يك حالت به اتوماتاي سلولي آن است كه آن حالتي كه در اكثر سلولها غلبه دارد را به عنوان حالت اتوماتاي سلولي بپذيريم:



كه G تابعي است كه نشان دهنده تعداد eهايي است كه داراي وضعيت ai مي‌باشند. به اين ترتيب تعداد حالاتي كه اتوماتاي سلولي، به تمام حالتهايي كه اتوماتاي سلولي در آن قرار مي‌گيرد. احتمال مساوي نسبت مي‌دهيم فرض كنيم XCA حالت عمومي اتوماتاي سلولي و داراي N مقدار متفاوت مي‌تواند باشد و Pi احتمال اين كه XCA=ai باشد در اين صورت داريم:

